

Internet Week 2013

【S8】 SDN 時代を生き抜く為のグラフ理論とネットワークのアルゴリズム入門

まとめ

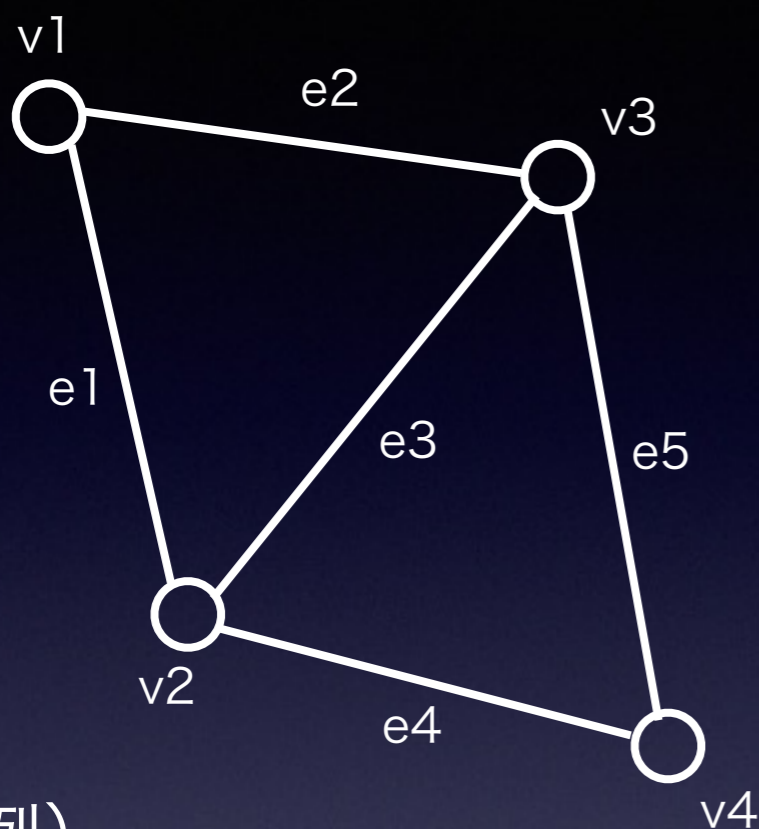
浅間 正和

有限会社 銀座堂

利用者均衡流問題とシステム最適化流問題

- 枝を流れる量に応じてコストが変動するようなフローネットワークにおいて全品種の全需要を流した際に
 - 利用者均衡条件を満たすフローを求める問題を“利用者均衡流問題”と呼び
 - システム最適化条件を満たすフローを求める問題を“システム最適化流問題”と呼ぶ
- 利用者均衡条件
 - 各品種が選んだフローは費用が最小でありそれ以外のフローを選択した場合は費用が大きくなる
- システム最適化条件
 - 各品種のフローの費用の合計が最小でありひとつでも品種のフローを変更した場合は費用が大きくなる

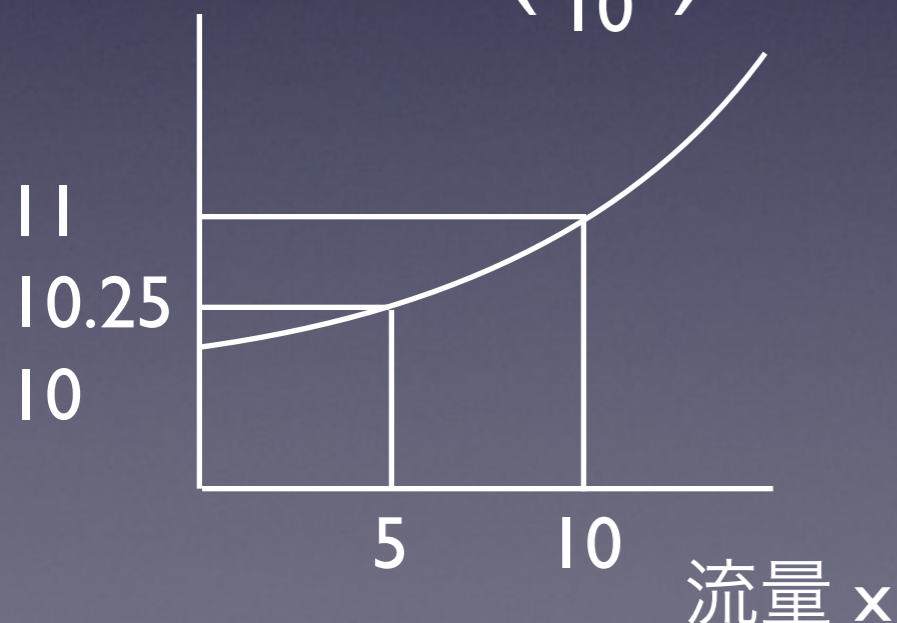
利用者均衡流問題とシステム最適化流問題



例えば $v1$ から $v4$ に 10 の需要があるとき
 すべてを $v1 \rightarrow v2 \rightarrow v4$ に流すとすると

(例)

$$\text{費用 } C(x) = \left(\frac{x}{10}\right)^2 + 10$$



利用者均衡

$$\sum_{e \in E} \int_0^x C(t) dt$$

$$= \left(\frac{10^3}{3 \times 10^2} + 10 \times 10\right) \times 2$$

$$= 206.66..$$

$v1 \rightarrow v2 \rightarrow v4$ と $v1 \rightarrow v3 \rightarrow v4$ に半分ずつ流すと
 $= 201.66..$

システム最適化

$$\sum_{e \in E} C(x) \times x$$

$$= (11 \times 10) \times 2$$

$$= 220$$

$$= 205$$

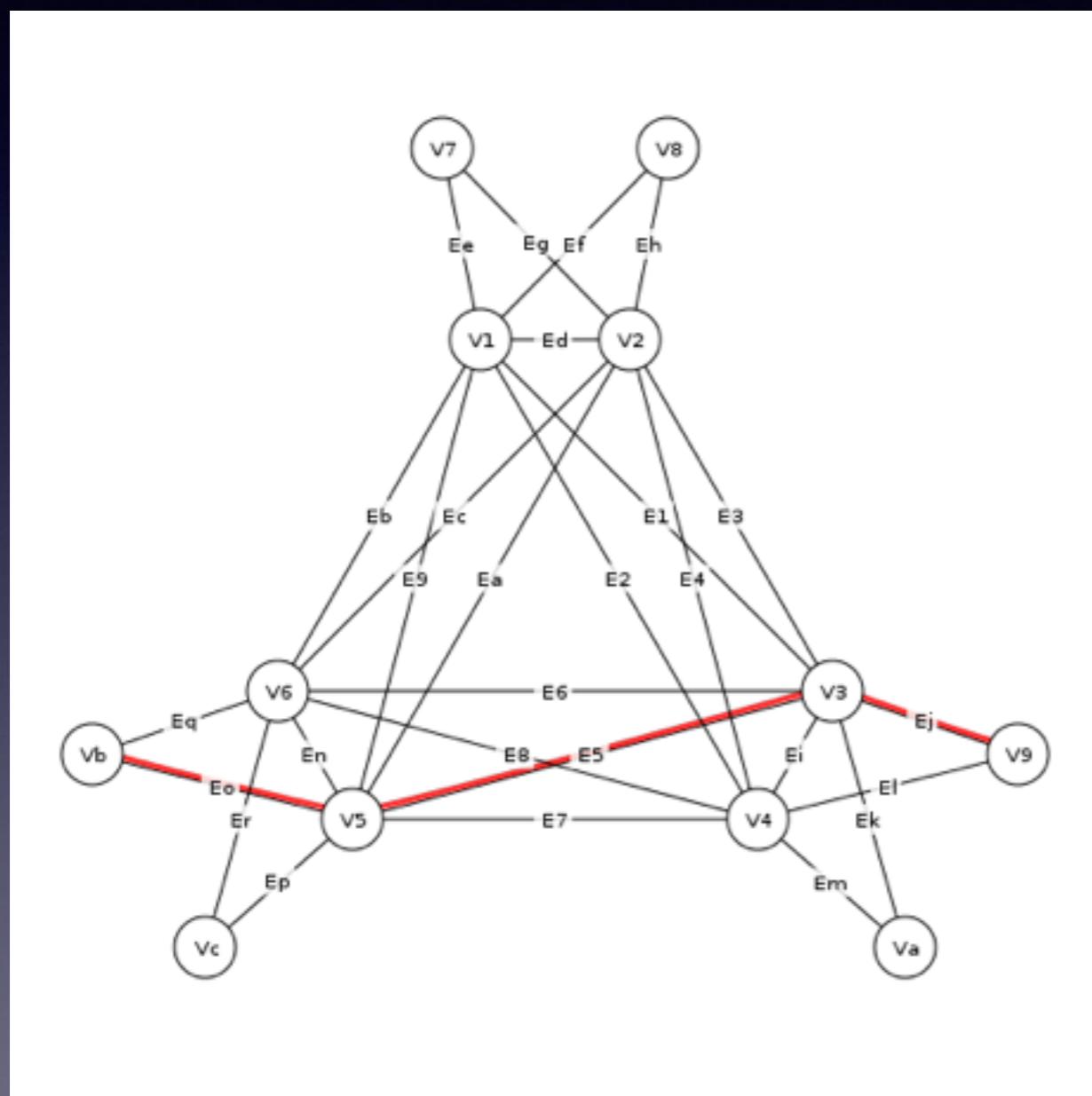
利用者均衡条件とシステム最適化条件の下では
 それぞれで上記式の値が最小となる

利用者均衡流問題とシステム最適化流問題

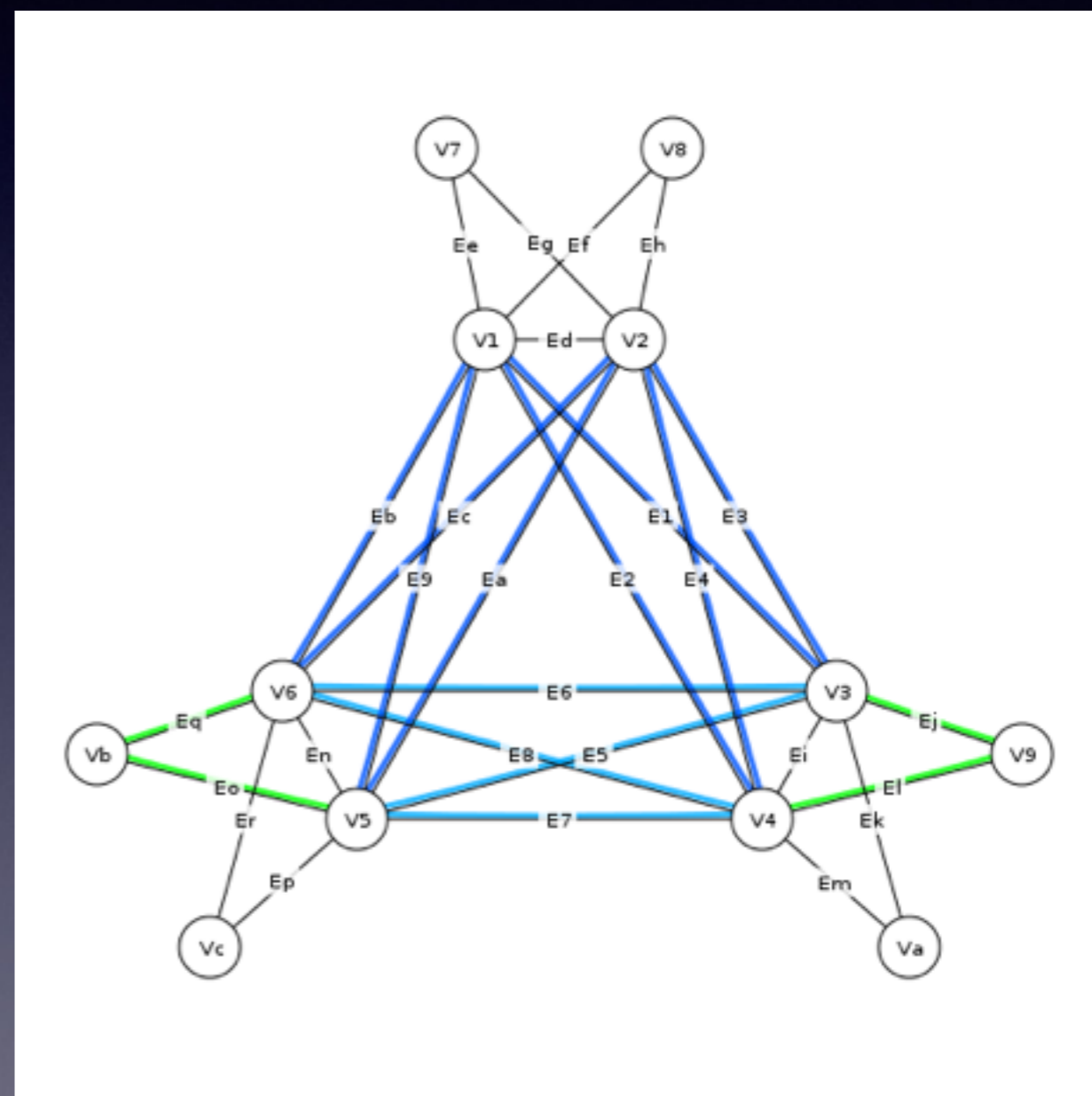
- とりあえずそれっぽくなる解法 (All or nothing)
- 初期状態としてなにも流量がない状態の費用で全枝の費用を初期化
- 品種から一つ選択し最短路を計算し流量を加算
- 各枝にいままで求めた流量から費用を計算し枝の費用を更新
- 全品種を割り当てるまで繰り返す

利用者均衡流問題とシステム最適化流問題

$V_b \rightarrow V_9$ に需要 10 を 12 個システム最適化流問題の All or nothing で流した例



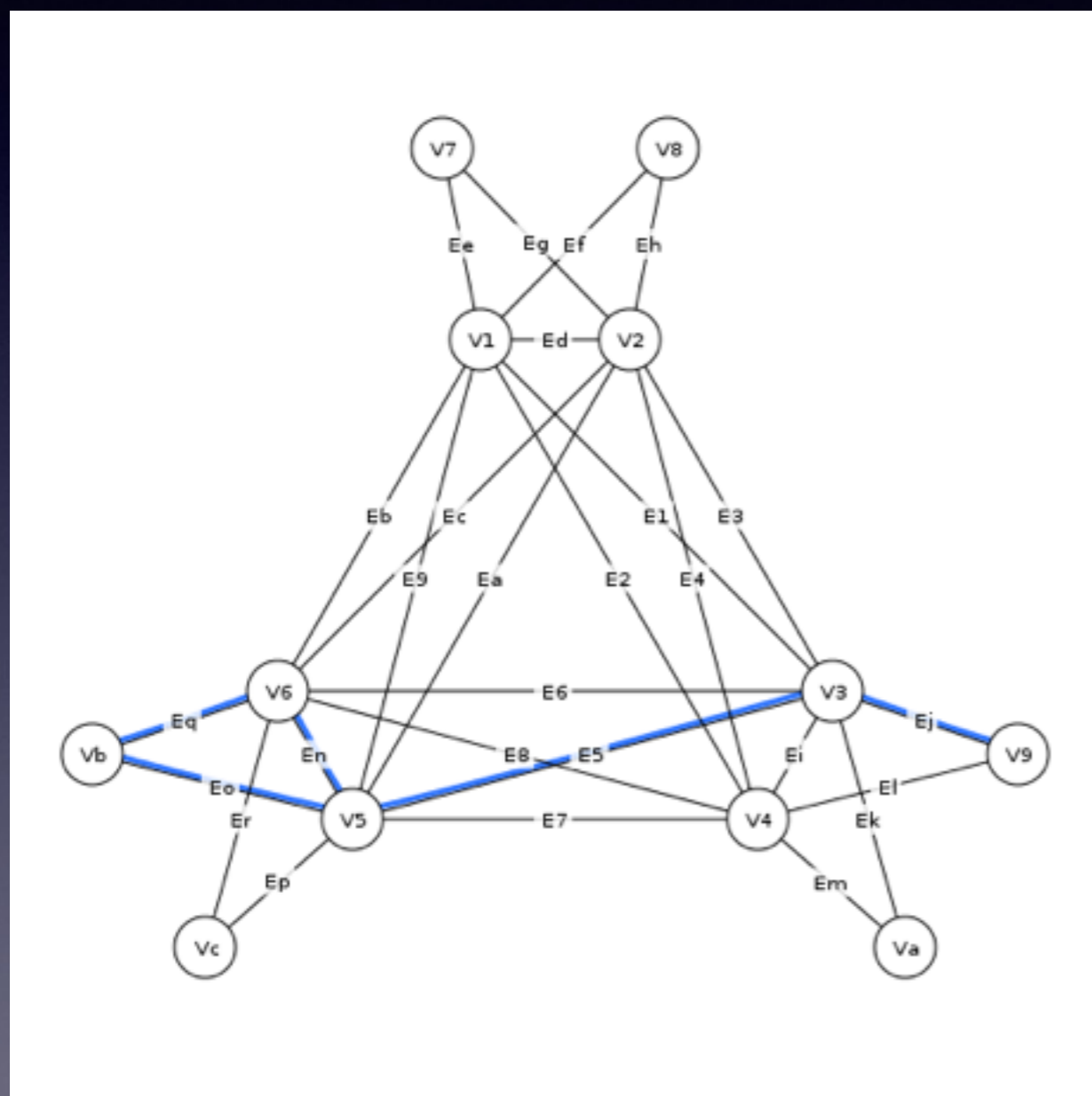
すべて単純な最短経路の場合



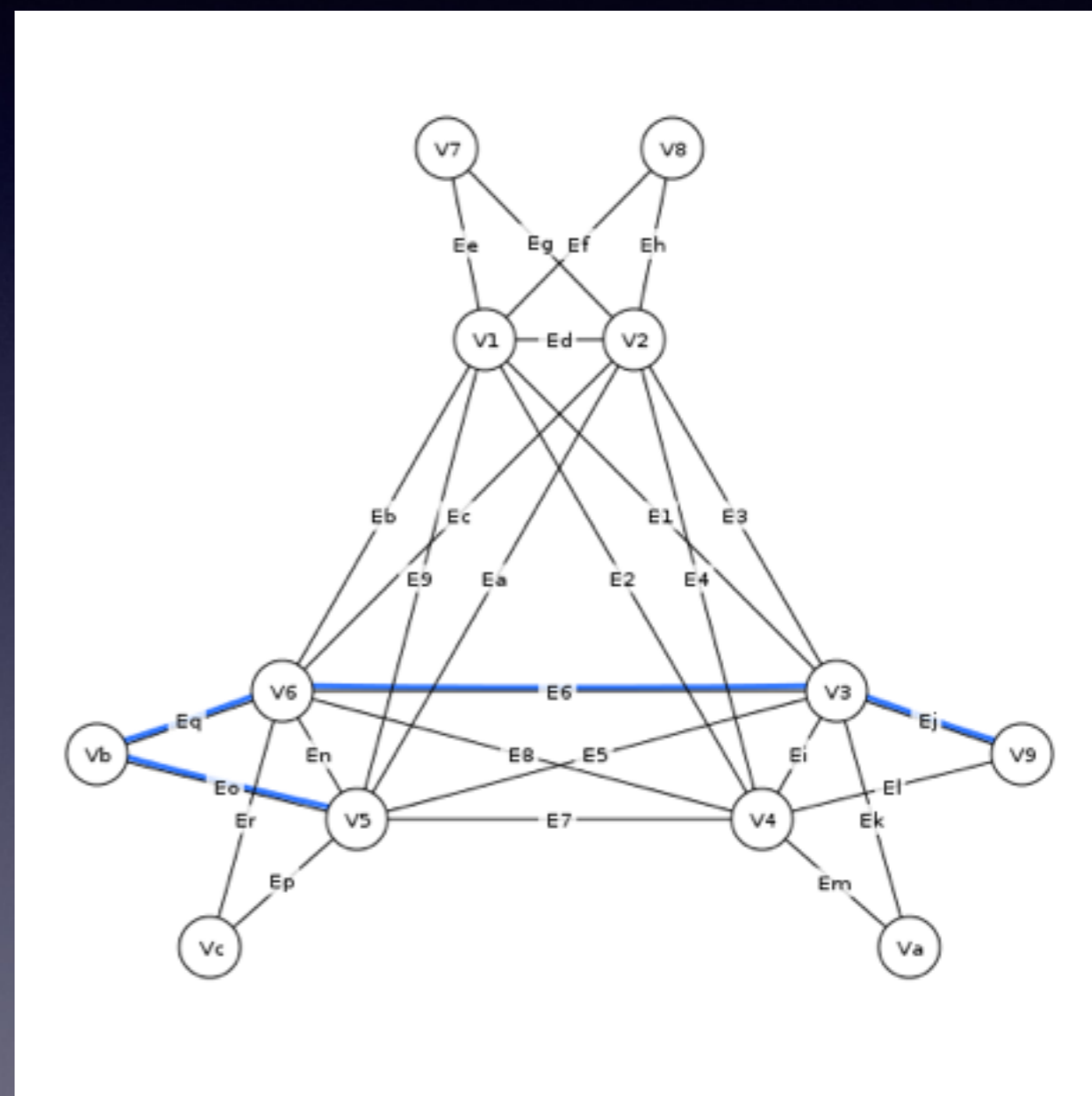
All or nothing で割り当てた場合

利用者均衡流問題とシステム最適化流問題

$V_b \rightarrow V_9$ と $V_b \rightarrow V_5$ を需要 60 ずつ流した例



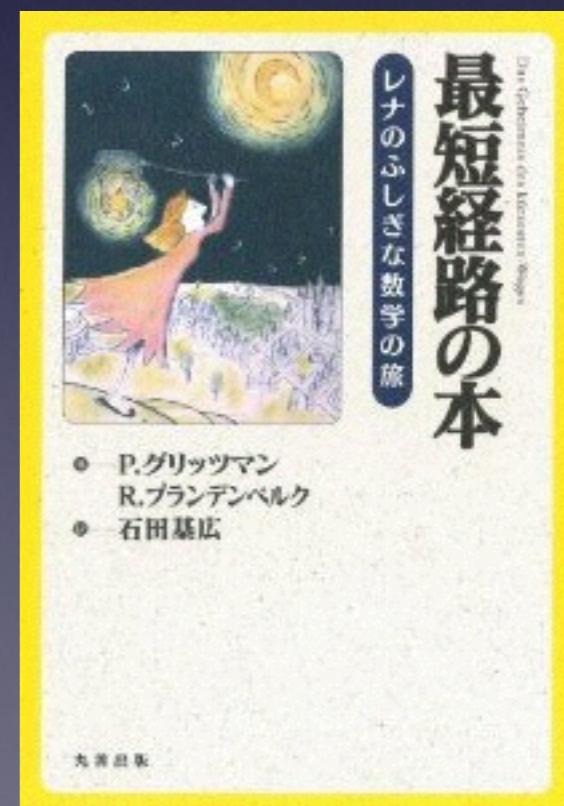
$V_b \rightarrow V_9$ 、 $V_b \rightarrow V_5$ の順



$V_b \rightarrow V_5$ 、 $V_b \rightarrow V_9$ の順

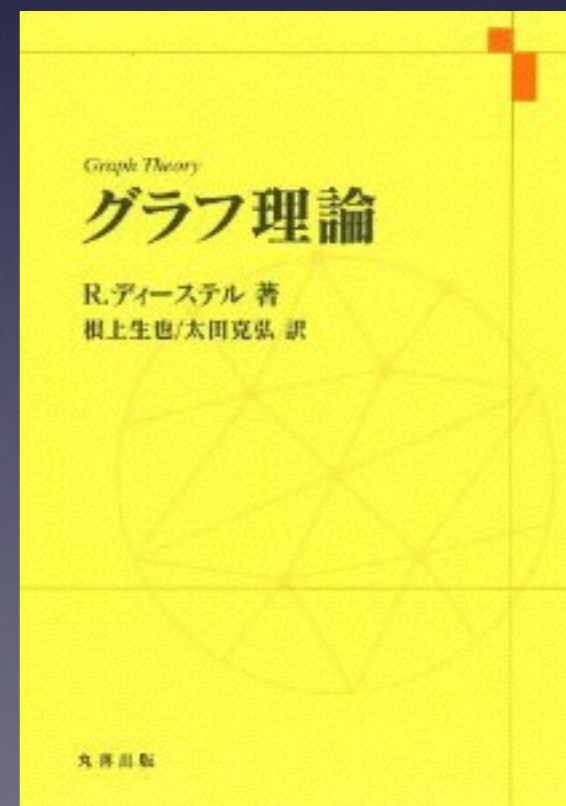
参考情報

- 『最短経路の本～レナの不思議な数学の旅～』
- P. グリッツマン、R. ブランデンベルク（著）
- 丸善出版
- 高校生から社会人までを対象にグラフ理論の基礎をわかりやすく解説した読み物
- 最短経路問題（ダイクストラ法）と最小木問題（プリム法）がとてとてもわかりやすく解説されている



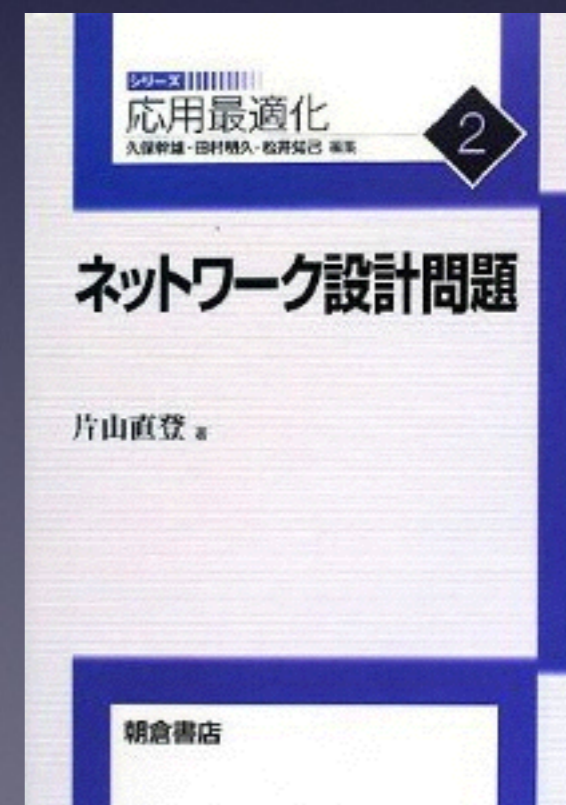
参考情報

- 『グラフ理論』
- R. ディーステル (著)
- 共立出版
- 主にグラフの構造そのものを厳密に数学的に解釈し、今回は詳しく触れることのできなかつたグラフマッチングや連結性、グラフの部分構造などについて厳密な記述がなされている
- グラフ理論といえはこれ！という程の名著



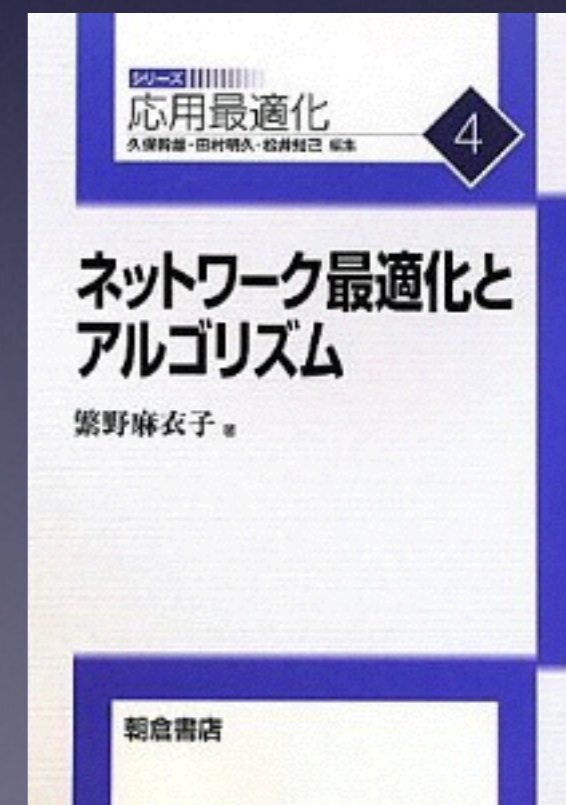
参考情報

- 『応用最適化2 ネットワーク設計問題』
- 片山直登（著）
- 朝倉書店
- タイトルの通り設計問題をメインに扱っているが前半でフロー問題も取り上げている
- 多品種流問題と利用者均衡流問題の解法を多く扱っている



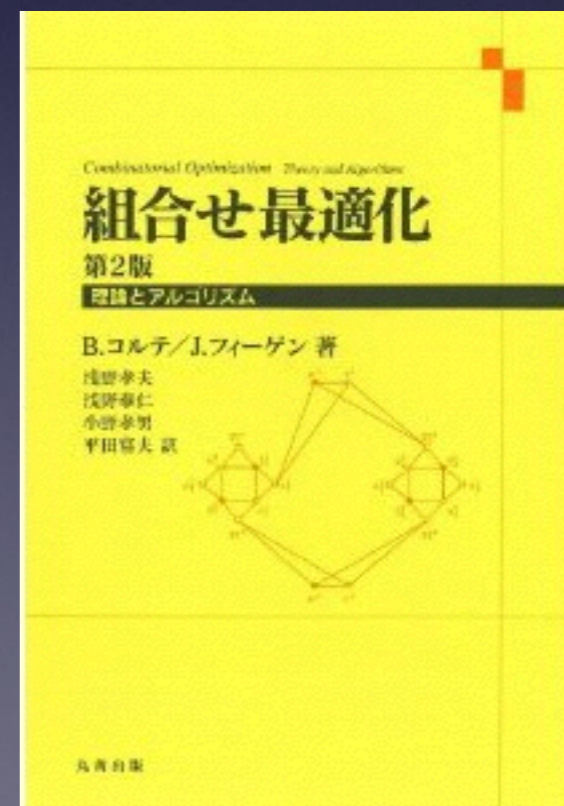
参考情報

- 『応用最適化4 ネットワーク最適化とアルゴリズム』
- 繁野麻衣子（著）
- 朝倉書店
- 最短路問題、最小木問題、最大流問題、最小費用流問題といった問題に対するアルゴリズムを解説している
- 前半ではグラフ理論の基礎的なはなしにも触れており今回のプログラムを考えるうえで非常に参考になった



参考情報

- 『組合せ最適化（理論とアルゴリズム）』
- B. コルテ、J. フィーゲン（著）
- 丸善出版
- ナップサック問題などに代表される組合せ最適化問題を扱った書籍
- 『ネットワークフローとその代表的な問題』で紹介した最大流などのグラフ上におけるネットワークフロー問題等も詳細に解説されている



参考情報

- 『通信ネットワークのための数理計画法』
- 大木英司（著）
- コロナ社

- ネットワークフロー問題を線形計画法として扱う手法について扱った書籍
- 今回は紹介できなかった disjoint path や最短路、最小コスト流などについて、線形計画法としてどう捉え、解を得るのかといった話が非常にわかりやすくなされている

まとめ

- (このページは当日公開とさせていただきます)